L1 C.I.M.P.

Contrôle continu de Thermodynamique - Février 2010 (durée 30 m)

1 Données : constante de Boltzmann $k_b = 1,3806503 \times 10^{-23} m^2.kg.s^{-2}.K^{-1}$.
Masse molaire du gaz : $M = 18g.mol^{-1}$.
Nombre d'Avogrado : $N_A = 6.02\,10^{+23} mol^{-1}$

On considére un gaz à l'équilibre thermodynamique dont les molécules sont assimilées à des sphéres dures de diamétre $d = 0.34nm$. On note m la masse d'une molécule. Ces molécules sont contenues dans une boite rigide de volume $V = 1m^3$. La densité moléculaire est uniforme dans la boite et sa valeur est $\eta = 2.10^{25} m^{-3}$. La pression du gaz est egalement uniforme dans la boite et sa valeur est $p = 10^5 Pa$. On se place dans un repère associé à la boite ; la vitesse macroscopique est donc nulle en tout point de la boite.

Définir la pression du point du vue macroscpique.

Composante normale de la force exercée par le fluide sur une paroi

Sous l'hypothèse du gaz parfait, calculer la température du gaz.

$$p = \eta k_B T \qquad \text{donc} \quad T = \frac{p}{\eta k_B} \simeq 362\ K$$

En déduire l'énergie cinétique moyenne des molécules.

$$\frac{3}{2} k_B T = \left\langle \frac{1}{2} m (\vec{v} - \vec{u})^2 \right\rangle$$ mais ici $\vec{u} = \vec{0}$ car le repere est associé à la boite $\longrightarrow \langle e_c \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \right\rangle = \frac{3}{2} k_B T$

$\langle e_c \rangle \simeq 749.10^{-23}$ J

Calculer l'énergie interne du gaz contenu dans la boite.

$$U = N \langle e_c \rangle = \eta V \langle e_c \rangle \simeq 1,50.10^5\ J$$

Calculer la fraction du volume occupée par les molécules.

$$f = \frac{N\, V_{molecule}}{V} = \frac{\eta V \frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{8}}{V} \simeq 4,12.10^{-4}$$

Les modules des vitesses des molécules dans la boite sont répartis selon une distribution telle que la probabilité de trouver une molécule dont le module de vitesse est compris entre v et $v + dv$ est donnée par : $dP(v) = g(v)dv$ où $g(v)$ est une densité de probabilité. Donner les expressions formelles (à partir d'intégrales sur v) de la moyenne des modules de vitesse $< v >$ et de l'energie cinétique moyenne.

$$\langle v \rangle = \int g(v)\, v\, dv$$

$$\langle e_c \rangle = \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \int g(v) \frac{1}{2} m v^2 dv$$

Sachant que le système est à l'équilibre thermodynamique, on a $< v >= \sqrt{\frac{8\,k_b\,T}{\pi m}}$. Calculer sa valeur.

$$m = \frac{M}{N_a} \qquad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T N_a}{M}}$$

Calculer l'energie interne du gaz à l'équilibre dans le cas ou la moyenne des modules de vitesses $< v >$ est deux fois plus faible que dans la question précédente.

Si $\langle v \rangle$ est deux fois plus faible, alors comme $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}}$ T est quatre fois plus faible.

$U = N \frac{3}{2} k_B T$ donc U est quatre fois plus faible.

En se souvenant que le systéme est à l'équilibre thermodynamique, donner graphiquement l'allure de la fonction $g(v)$.