

Examen M2R Energétique : Rayonnement

1 Questions de cours :

On admet que le rayonnement peut être étudié en régime stationnaire sous l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local (de la matière traversée) et on étudie le bilan radiatif monochromatique Ψ_ν d'un système Ω de frontière $\partial\Omega$. Pour toute position \vec{y} sur la frontière on note $\vec{n}(\vec{y})$ la normale sortante en \vec{y} et la notation $d\vec{y}$ représente la différentielle de surface autour de \vec{y} . On note $L_\nu(\vec{x}, \vec{\omega})$ la luminance du rayonnement à la fréquence ν à la position \vec{x} dans la direction $\vec{\omega}$. La notation $d\vec{\omega}$ représente la différentielle d'angle solide autour de la direction $\vec{\omega}$ et la notation $d\vec{x}$ représente la différentielle de volume autour de \vec{x} . Montrer qu'en toute généralité Ψ_ν peut s'écrire sous les deux formes suivantes :

$$\Psi_\nu = \int_{\partial\Omega} \vec{j}_\nu(\vec{y}) \cdot \vec{n}(\vec{y}) d\vec{y}$$

avec $\vec{j}_\nu(\vec{y}) = \int_{4\pi} L_\nu(\vec{x}, \vec{\omega}) \vec{\omega} d\vec{\omega}$, ou encore

$$\Psi_\nu = \int_{\Omega} d\vec{x} \int_{4\pi} d\vec{\omega} k_{a,\nu}(\vec{x}) [L_\nu^{eq}(T(\vec{x})) - L_\nu(\vec{x}, \vec{\omega})]$$

où $k_{a,\nu}(\vec{x})$ est le coefficient d'absorption au point \vec{x} , $T(\vec{x})$ est la température du milieu au point \vec{x} et $L_\nu^{eq}(\theta)$ est la luminance monochromatique du rayonnement d'équilibre à une température θ .

Si on fait maintenant l'hypothèse que les phénomènes de diffusion sont négligeables, montrer que l'on peut écrire

$$\Psi_\nu = \int_{\partial\Omega} d\vec{y} \int_{H^+(\vec{y})} d\vec{\omega} \vec{\omega} \cdot \vec{n}(\vec{y}) \int_0^{\delta(\vec{y}, \vec{\omega})} d\sigma k_{a,\nu}(\vec{y} - \sigma\vec{\omega}) \exp\left(-\int_0^\sigma k_{a,\nu}(\vec{y} - \sigma'\vec{\omega}) d\sigma'\right) [L_\nu^{eq}(T(\vec{y} - \sigma\vec{\omega})) - L_\nu(\vec{y}, -\vec{\omega})]$$

où $H^+(\vec{y})$ représente l'hémisphère sortant en \vec{y} et $\delta(\vec{y}, \vec{\omega})$ représente la distance entre \vec{y} et la première intersection avec la frontière de la demi-droite issue de \vec{y} dans la direction $-\vec{\omega}$.

2 Problème 1 :

3 Problème 2 :

On raisonne en géométrie monodimensionnelle et on considère une couche de gaz d'épaisseur H au contact d'une surface noire isotherme à la température T . On admet que le rayonnement peut être étudié en régime stationnaire sous l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local (de la matière traversée) et on néglige les phénomènes de diffusion. Les propriétés optiques du gaz sont uniformes et peuvent être modélisées à l'aide du modèle de Malkmus sur une bande étroite de fréquence centrale ν_c et de largeur $\Delta\nu$. Le coefficient d'absorption moyen est noté \bar{k} et le paramètre de forme est noté ϕ .

Question a : Rappeler le sens physique de ϕ et décrivez qualitativement deux spectres de coefficient d'absorption (tracer $k_{a,\nu}$ en fonction de ν) correspondant à $\phi = 10^{-2}$ et $\phi = 10$.

Question b : On se place dans une condition telle que $\bar{k}H = 1$ et la couche de gaz est supposée isotherme à la même température que la surface. On note φ_ν la densité surfacique de flux radiatif monochromatique correspondant au rayonnement sortant de la couche du côté opposé à la surface noire. On note $\varphi = \int_{\nu_c - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_c + \frac{\Delta\nu}{2}} \varphi_\nu d\nu$. Expliquer pourquoi φ est indépendant de ϕ . Est-ce que pour autant les spectres de φ_ν sont identiques dans le cas $\phi = 10^{-2}$ et dans le cas $\phi = 10$? (Si vous estimez que ce n'est pas le cas, donnez qualitativement ces deux spectres et commentez leurs différences)

Question c : Dans cette question la couche de gaz est isotherme à la température T , sauf dans une couche centrale d'épaisseur δ qui est isotherme à une température T_1 . Montrer (avec précision) que φ peut s'écrire sous la forme

$$\varphi = \zeta L_{\nu_c}^{eq}(T) + \zeta_1 L_{\nu_c}^{eq}(T_1)$$

où $L_\nu^{eq}(\theta)$ est la luminance monochromatique du rayonnement d'équilibre à une température θ à la fréquence ν et où ζ et ζ_1 sont des facteurs optico-géométriques ne dépendant que de H , δ , \bar{k} , ϕ et $\Delta\nu$.

Question d : Par rapport à la question précédente, on rajoute une surface noire isotherme à une température T_2 au contact de la couche de gaz, du côté opposé à la surface noire précédente (la couche est donc enfermée entre deux surfaces noires). On note ψ_2 le flux net radiatif surfacique le long de cette nouvelle surface, intégré sur la même bande étroite que précédemment. Montrer que ψ_2 peut s'écrire

$$\varphi = \zeta [L_{\nu_c}^{eq}(T) - L_{\nu_c}^{eq}(T_2)] + \zeta_1 [L_{\nu_c}^{eq}(T_1) - L_{\nu_c}^{eq}(T_2)]$$

Question e : Dans les conditions de la question c, décrire qualitativement les formes que peut prendre le spectre de φ_ν pour différentes valeurs de H , δ et \bar{k} , pour $\phi = 10^{-2}$.

Problème : Dans tout le problème on étudie une couche de gaz non diffusant entre deux surfaces planes S_1 et S_2 , parallèles, noires. Le problème est monodimensionnel au sens où les propriétés optiques et la température ne sont fonction que d'une abscisse x le long d'un axe perpendiculaire aux deux surfaces. La surface S_1 correspond à l'abscisse $x = 0$ et la surface S_2 à l'abscisse $x = e$ avec $e = 1m$. La température de la surface S_1 est T_{s1} et on note $L_{s1,\nu}^0$ la luminance du rayonnement d'équilibre à la fréquence ν et à la température T_{s1} . On définit de même $L_{s2,\nu}^0$ comme la luminance du rayonnement d'équilibre à la fréquence ν et à la température T_{s2} de la surface S_2 . La température du gaz à l'abscisse x est notée $T_g(x)$ et $L_{g,\nu}^0(x)$ est la luminance du rayonnement d'équilibre à la fréquence ν et à la température $T_g(x)$. La température n'est pas nécessairement continue aux interfaces entre le gaz et les surfaces noires. On définit trois sous-couches de gaz : G_1 pour la sous-couche de gaz comprise entre $x = 0$ et $x = e/3$, G_2 pour la sous-couche de gaz comprise entre $x = e/3$ et $x = 2e/3$ et G_3 pour la sous-couche de gaz comprise entre $x = 2e/3$ et $x = e$. On étudiera les grandeurs suivantes :

- φ_{s1} , le bilan radiatif de la surface S_1 ;
- $\psi(S_1, S_2)$, la puissance nette échangée entre S_1 et S_2 ;
- $\psi(G_1, G_2)$, la puissance nette échangée entre G_1 et G_2 ;
- $\psi(G_1, G_3)$, la puissance nette échangée entre G_1 et G_3 ;
- $div(\vec{q}_R)|_x$, la divergence du vecteur flux radiatif à l'abscisse x .

Lorsque l'on raisonne en modèle monochromatique, le coefficient d'absorption à l'abscisse x est noté $k_\nu(x)$ et chacune des grandeurs précédentes est définie de façon monochromatique. Lorsque l'on raisonne en modèle de bande étroite, on utilise le modèle de Malkmus, on note $\bar{k}(x)$ le coefficient d'absorption moyen sur la bande et on note ϕ le paramètre de forme qui est supposé indépendant de la position. Les grandeurs étudiées (listées ci-dessus) sont alors à comprendre comme des grandeurs intégrées sur la bande étroite de largeur $\Delta\nu$.

Dans les six figures suivantes, une configuration est décrite et une courbe est proposée correspondant à l'évolution d'une des grandeurs étudiées en fonction d'un des paramètres du problème. Vous commenterez ces courbes. Si la proposition vous paraît incorrecte, vous expliquerez pourquoi et vous ferez une proposition alternative. Si la proposition vous paraît correcte, vous en justifierez les caractéristiques principales et vous essaierez de donner des éléments quantitatifs (valeur de la grandeur étudiée en quelques points, estimation des pentes, etc).

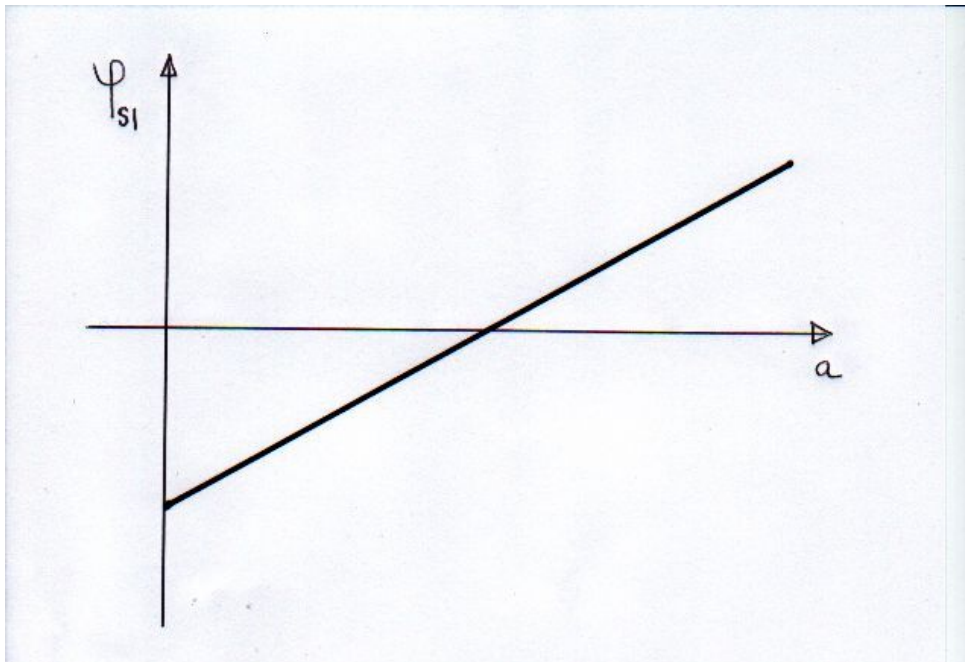


FIG. 1 – Modèle monochromatique. $k_\nu(x) = e^{-1}$, $L_{g,\nu}^0(x) = a$, $L_{s1,\nu}^0 = b$, $L_{s2,\nu}^0 = a$. On étudie φ_{s1} en fonction de a .

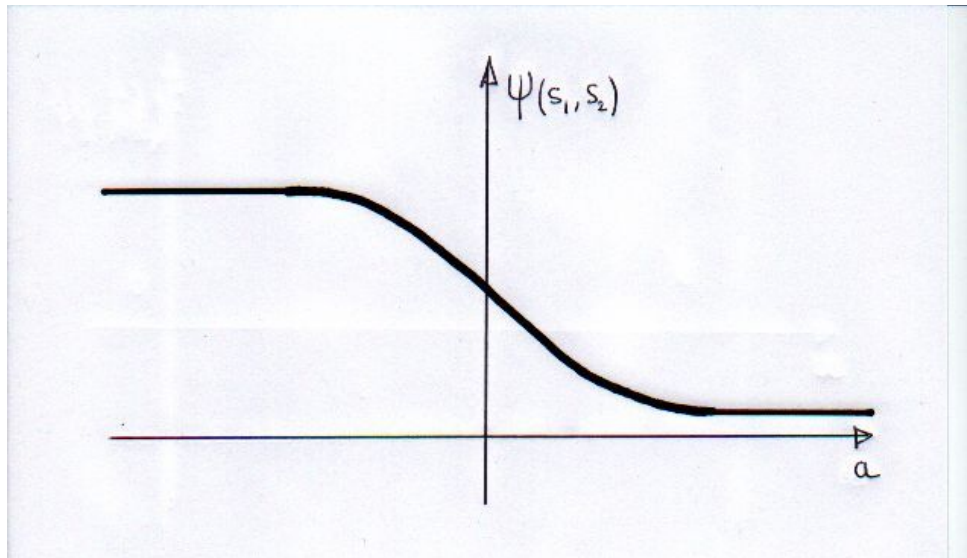


FIG. 2 – Modèle de bande étroite. $\bar{k}(x) = 10 e^{-1}$, $\phi = 10^a$, $L_{s1,\nu}^0 = b$, $L_{s2,\nu}^0 = c$ avec $c > b$. On étudie $\psi(S_1, S_2)$ en fonction de a .

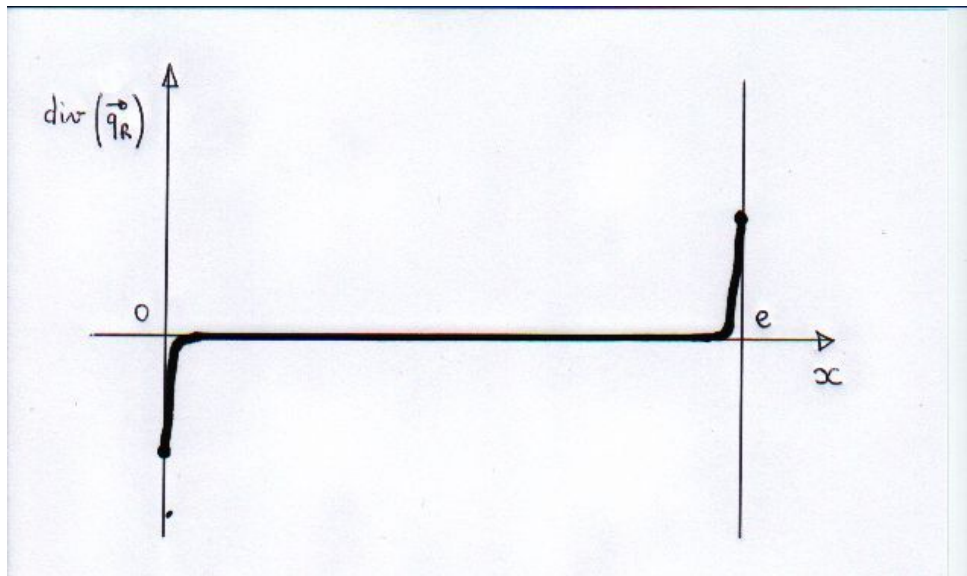


FIG. 3 – Modèle monochromatique. $k_\nu(x) = 100 e^{-1}$, $L_{s1,\nu}^0 = a$, $L_{s2,\nu}^0 = b$, $L_{g,\nu}^0(x) = a + (b-a)x/e$ avec $b > a$. On étudie $div(\vec{q}_R)|_x$ en fonction de x .

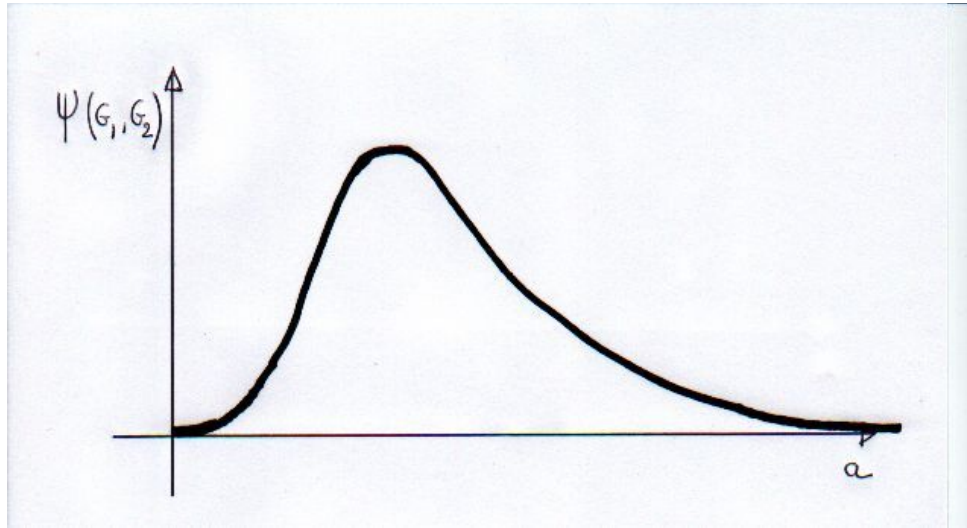


FIG. 4 – Modèle monochromatique. $k_\nu(x) = a e^{-1}$, $L_{g,\nu}^0(x) = b + (c - b)x/e$ avec $c > b$. On étudie $\psi(G_1, G_2)$ en fonction de a .

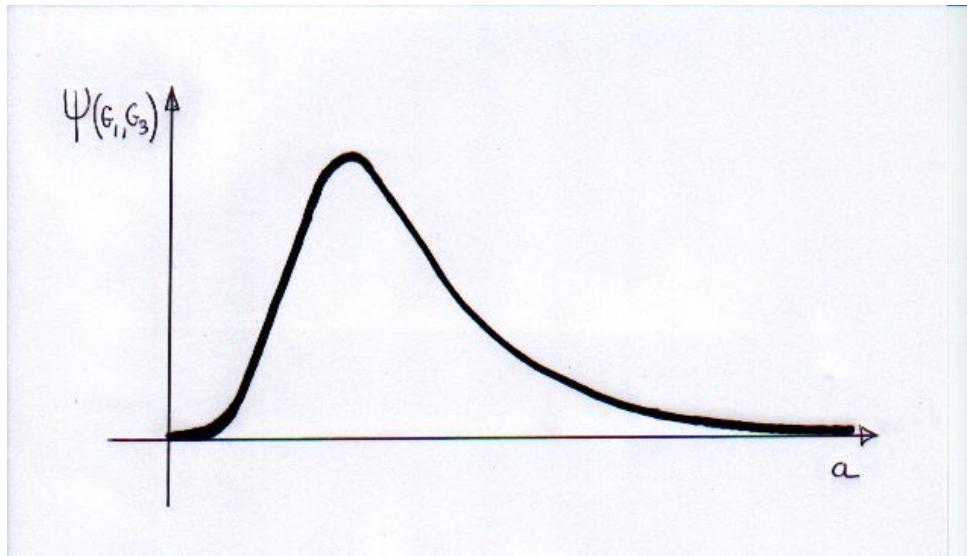


FIG. 5 – Modèle de bande étroite. $\bar{k}(x) = a e^{-1}$, $\phi = 10^{-2}$, $L_{g,\nu}^0(x) = b$ pour $x \in [0, e/3]$, $L_{g,\nu}^0(x) = c$ pour $x \in [2e/3, e]$ avec $c > b$. On étudie $\psi(G_1, G_3)$ en fonction de a .

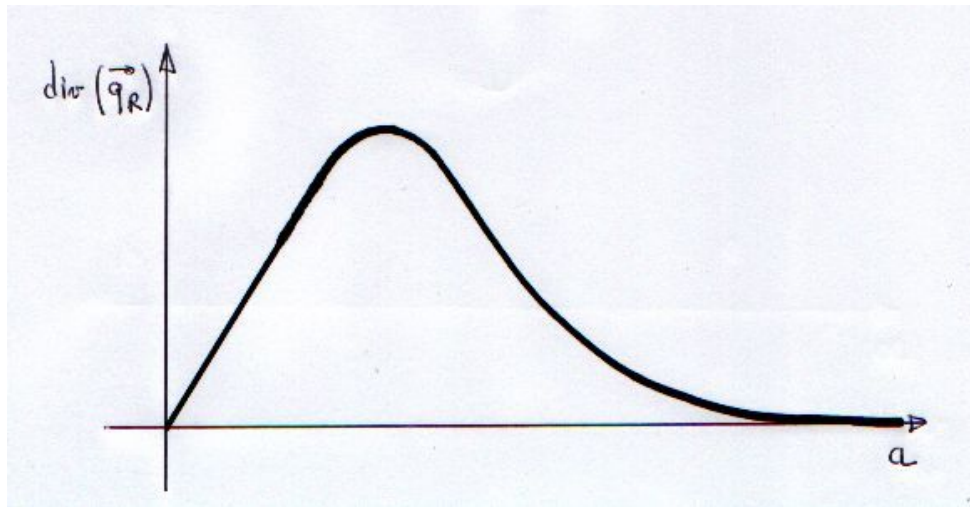


FIG. 6 – Modèle de bande étroite. $\bar{k}(x) = a e^{-1}$, $\phi = 10^{-2}$, $L_{s1,\nu}^0 = b$, $L_{s2,\nu}^0 = b$, $L_{g,\nu}^0(x) = c$ avec $c > b$. On étudie $div(\vec{q}_R)|_{x=e/2}$ en fonction de a .