

# Chapitre 1

## Rayonnement stationnaire en milieu non diffusant (résumé)

### 1.1 Equation de transfert radiatif formulée en termes de fonction de distribution

Equation de transport de photons sans diffusion (les interactions sont toutes des absorptions et les sources se résument aux seules émissions) :

$$\frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \frac{c}{n_\nu} \vec{u} \cdot \vec{\text{grad}}_X(f_\nu) = -\frac{c}{n_\nu} k_{a,\nu} f_\nu + \frac{c}{n_\nu k_{a,\nu}} f_\nu^{eq}(\vec{x}) \quad (1.1)$$

Cette équation correspond à l'équation de transfert radiatif (introduite dans le cours physique statistique hors-équilibre) dans laquelle :

- L'albedo de diffusion simple  $\omega_\nu$  est nul car on suppose qu'il n'y a pas de diffusion.
- On introduit la notion de coefficient d'absorption :  $k_{a,\nu} = \frac{1-\omega_\nu}{\lambda_\nu}$ .
- Sous l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local le terme source  $S_\nu^e$  est remplacé par la valeur qu'il doit prendre pour assurer la validité de l'équation de transfert radiatif dans une situation d'équilibre (en un point d'une cavité fermée isotherme au stationnaire) :  $S_\nu^e = \frac{c}{n_\nu} k_{a,\nu} f_\nu^{eq}(\vec{x})$  où  $f_\nu^{eq}(\vec{x})$  est la valeur de la fonction de distribution à l'équilibre, à la température locale  $T(\vec{x})$ .

### 1.2 Equation de transfert radiatif formulée en termes de luminance

On peut reprendre cette équation en termes de luminance ( $L_\nu = h\nu c/n_\nu f_\nu$ ), en particulier en introduisant la luminance d'équilibre (Luminance de Planck) :  $L_\nu^{eq}(\vec{x}) = h\nu c/n_\nu f_\nu^{eq}(\vec{x})$ . On aboutit ainsi à l'équation de transfert radiatif, sans diffusion, sous l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local :

$$\frac{n_\nu}{c} \frac{\partial L_\nu}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\text{grad}}_X(L_\nu) = -k_{a,\nu} L_\nu + k_{a,\nu} L_\nu^{eq} \quad (1.2)$$

### 1.3 Equation de transfert radiatif au stationnaire

Si on se place en modèle stationnaire, cette équation peut s'écrire :

$$\frac{\partial L_\nu}{\partial \sigma} = -k_{a,\nu}L_\nu + k_{a,\nu}L_\nu^{eq} \quad (1.3)$$

où  $\sigma$  est une abscisse curviligne le long de la droite orientée passant par  $\vec{x}$  dans la direction  $\vec{u}$  (droite de propagation).

### 1.4 Absorption d'une colonne de gaz

A partir de l'équation précédente, pour rendre compte de l'absorption (ou de la transmission) d'un rayonnement incident sur une colonne de gaz homogène de longueur  $l$  (entre  $\sigma = 0$  et  $\sigma = l$ ), on considère une luminance incidente  $L_i$  en  $\sigma = 0$  et on fixe la température de la colonne à zero ( $L_\nu^{eq} = 0$  donc pas d'émission). La résolution de l'équation de transfert radiatif donne alors simplement :

$$L_\nu(\sigma) = L_i \exp(-k_{a,\nu}\sigma) \quad (1.4)$$

ce qui correspond à l'équation de Beehr-Lambert que nous avons déjà introduite lors de la discussion sur l'absence de mémoire (distribution aléatoire des absorbeurs). On en conclut donc que la luminance transmise par la colonne est :

$$L_t = L_i \exp(-k_{a,\nu}l) \quad (1.5)$$

et que la fraction absorbée de cette luminance incidente est :

$$L_a = L_i[1 - \exp(-k_{a,\nu}l)] \quad (1.6)$$

### 1.5 Emission d'une colonne de gaz

La luminance sortant de la même colonne de gaz lorsqu'elle n'est pas de température nulle est la somme de la luminance transmise et de la luminance correspondant aux photons émis au sein de la colonne :

$$L_s = L_t + L_e \quad (1.7)$$

En résolvant l'équation de transfert radiatif dans ce cas conduit à :

$$L_\nu(\sigma) = L_i \exp(-k_{a,\nu}\sigma) + L_\nu^{eq}[1 - \exp(-k_{a,\nu}\sigma)] \quad (1.8)$$

et on en conclut :

$$L_e = L_\nu^{eq}[1 - \exp(-k_{a,\nu}l)] \quad (1.9)$$

### 1.6 Equation de transfert radiatif sous forme intégrale

Les deux paragraphes précédents correspondent à des cas particulier de l'ETR sous forme intégrale :

$$L_\nu(\sigma) = L_\nu(0) \exp\left(-\int_0^\sigma k_{a,\nu}(\sigma') d\sigma'\right) + \int_0^\sigma k_{a,\nu}(\sigma') L_\nu^{eq}(T(\sigma')) \exp\left(-\int_{\sigma'}^\sigma k_{a,\nu}(\sigma'') d\sigma''\right) d\sigma' \quad (1.10)$$

où le coefficient d'absorption  $k_{a,\nu}$  et la température  $T$  sont ici des fonctions de l'abscisse curviligne (milieu inhomogène). Cette solution intégrale est particulièrement utile dans le cas où l'abscisse curviligne  $\sigma = 0$  correspond à une paroi noire. On a alors  $L_\nu(0) = L_\nu^{eq}(T(0))$  et  $L_\nu(\sigma)$  devient une fonction intégrale des coefficients d'absorption et températures le long du chemin depuis la paroi ( $\sigma = 0$ ) jusqu'au point d'observation (abscisse  $\sigma$ ) :

$$L_\nu(\sigma) = L_\nu^{eq}(T(0)) \exp\left(-\int_0^\sigma k_{a,\nu}(\sigma') d\sigma'\right) + \int_0^\sigma k_{a,\nu}(\sigma') L_\nu^{eq}(T(\sigma')) \exp\left(-\int_{\sigma'}^\sigma k_{a,\nu}(\sigma'') d\sigma''\right) d\sigma' \quad (1.11)$$

## 1.7 Quelques points importants détaillés en cours

1. Ces comportements en exponentielle ne sont valables qu'en monochromatique. Dès que l'on considère un rayonnement intégré sur une bande de fréquence, la transmission par une colonne n'est plus exponentielle ce qui signifie qu'on observe un phénomène de type mémoire. Cette mémoire se situe dans le spectre du rayonnement étudié : chaque photon continue à rencontrer des absorbeurs distribués aléatoirement, mais la distribution des photons sur les différentes fréquences contient l'information sur la distance parcourue depuis l'entrée dans la colonne (moins de photons aux fréquences où le gaz est très absorbant et plus dans les bandes de transparence).
2. La luminance sortant de la colonne correspondant aux photons émis au sein de la colonne ( $L_e$ ) ne correspond pas à la totalité de l'émission. La totalité de l'émission (en termes de luminance) serait  $\int_0^l k_{a,\nu} L_\nu^{eq} d\sigma$ , soit  $L_\nu^{eq} k_{a,\nu} l$ . Il n'y a qu'à la limite optiquement mince (faible épaisseur optique,  $k_{a,\nu} l \ll 1$ ) que l'intégralité des photons émis sortent de la colonne. Sinon, il faut tenir compte de la probabilité d'absorption entre le point d'émission et le point de sortie, ce que l'on peut voir dans l'expression suivante :

$$L_e = L_\nu^{eq} [1 - \exp(-k_{a,\nu} l)] = \int_0^l k_{a,\nu} L_\nu^{eq} \exp(-k_{a,\nu}(l - \sigma)) d\sigma \quad (1.12)$$

3. Dans la comparaison des expressions

$$L_e = L_\nu^{eq} [1 - \exp(-k_{a,\nu} l)] \quad (1.13)$$

et

$$L_a = L_i [1 - \exp(-k_{a,\nu} l)] \quad (1.14)$$

on retrouve, pour une colonne, l'équivalent de la loi de Kirshoff (valable pour les surfaces opaques) : émission et absorption sont directement liées, en échangeant la luminance du corps noir ( $L_\nu^{eq}$ ) et la luminance incidente. Cette propriété est la conséquence directe du second principe de la thermodynamique et de l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local.

## 1.8 Le cas particulier d'une couche monodimensionnelle de gaz entre deux surfaces noires

On considère une couche monodimensionnelle de gaz entre les abscisses  $x = 0$  et  $x = e$ . La couche est inhomogène donc le coefficient d'absorption  $k_{a,\nu}(x)$  et la température  $T(x)$  sont

des fonctions de l'abscisse  $x$ . Deux surfaces noires sont situées de part et d'autre de la couche. On admet que la température peut être discontinue au passage du milieu gazeux à chacune des surfaces. On note  $T_g$  la température de la surface  $S_g$  en  $x = 0$  et  $T_d$  la température de la surface  $S_d$  en  $x = e$  et on a donc potentiellement  $T_g \neq T(0)$  et  $T_d \neq T(e)$ .

### 1.8.1 Puissances radiatives échangées entre les deux surfaces

La densité surfacique de puissance radiative correspondant aux photons émis par la surface  $S_g$  qui sont absorbés par la surface  $S_d$  s'exprime en utilisant la formulation intégrale de l'équation de transfert radiatif et le fait que le rayonnement sortant de chaque surface est égale au rayonnement d'équilibre à la température de la surface. On obtient l'expression suivante

$$\varphi_\nu(S_g \rightarrow S_d) = \int_{H^+} d\vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T_g) \exp\left(-\int_0^e \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx\right) \quad (1.15)$$

où la direction de propagation  $\vec{u}$  est intégrée sur l'hémisphère  $H^+$  sortant de la surface  $S_g$  et où  $\vec{n}$  est la normale sortante. Le premier  $\vec{u} \cdot \vec{n}$  vient du fait que lorsque la luminance sortante est  $L_\nu^{eq}(T_g)$  dans la direction  $\vec{u}$ , la densité surfacique de puissance correspondante est  $\vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T_g)$ . Le second  $\vec{u} \cdot \vec{n}$  apparaissant au dénominateur à l'intérieur de l'exponentiel traduit le fait que l'abscisse curviligne le long de la direction  $\vec{u}$  vérifie  $d\sigma = \frac{dx}{\vec{u} \cdot \vec{n}}$

De même, densité surfacique de puissance radiative correspondant aux photons émis par la surface  $S_d$  qui sont absorbés par la surface  $S_g$  peut s'écrire

$$\varphi_\nu(S_d \rightarrow S_g) = \int_{H^-} d\vec{u} |\vec{u} \cdot \vec{n}| L_\nu^{eq}(T_d) \exp\left(-\int_0^e \frac{k_{a,\nu}(x)}{|\vec{u} \cdot \vec{n}|} dx\right) \quad (1.16)$$

où  $H^-$  est l'hémisphère sortant de la surface  $S_d$ . Les valeurs absolues  $|\vec{u} \cdot \vec{n}|$  viennent du fait que les directions de propagation sont inversées par rapport au cas précédent ce qui induit que le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{n}$  est négatif.

Mathématiquement, on peut établir une bijection entre  $H^+$  et  $H^-$  en faisant correspondre à chaque direction  $\vec{u}$  son opposé  $-\vec{u}$ . Cela permet d'écrire  $\varphi_\nu(S_d \rightarrow S_g)$  sous une forme identique à celle de  $\varphi_\nu(S_g \rightarrow S_d)$  :

$$\varphi_\nu(S_d \rightarrow S_g) = \int_{H^+} d\vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T_d) \exp\left(-\int_0^e \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx\right) \quad (1.17)$$

Seule la température  $T_g$  a été remplacée par la température de la surface émettrice, c'est à dire  $T_d$ . Cette remarque à une portée générale car, en termes physiques, elle traduit la réciprocity des chemins optiques. En pratique, si on considère deux éléments géométriques  $A$  et  $B$  et que l'on dispose d'une expression intégrale de  $\varphi_\nu(A \rightarrow B)$  dans laquelle apparaissent explicitement les positions d'émission et d'absorption, alors on peut repartir de cette expression pour exprimer l'échange inverse  $\varphi_\nu(B \rightarrow A)$  en remplaçant simplement la température des points d'émission par la température des points d'absorption. On choisira donc toujours de balayer l'espace des chemins optiques dans le sens induisant les expressions les plus simples, ou les interprétations physiques les plus adéquates en sachant que l'on peut à loisir inverser le sens de propagation. Une première conséquence est que la puissance nette échangée entre  $A$  et  $B$ ,  $\psi_\nu(A, B) = \varphi_\nu(B \rightarrow A) - \varphi_\nu(A \rightarrow B)$  peut toujours s'écrire sous une forme intégrale

faisant apparaître la différence de luminance noire entre les deux extrémités de chaque chemin optique.

Dans le cas présent on obtient :

$$\psi_\nu(S_g, S_d) = \varphi_\nu(S_d \rightarrow S_g) - \varphi_\nu(S_g \rightarrow S_d) \quad (1.18)$$

$$= \int_{H^+} d\vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} [L_\nu^{eq}(T_d) - L_\nu^{eq}(T_g)] \exp\left(-\int_0^e \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx\right) \quad (1.19)$$

### 1.8.2 Puissances radiatives échangées entre une surface et une sous-couche

On cherche ici à exprimer les échanges entre la surface  $S_g$  et la sous-couche de gaz notée  $G$  comprise entre les abscisses  $x_1$  et  $x_2$ .

Selon la même approche que précédemment, on obtient

$$\varphi_\nu(S_g \rightarrow G) = \int_{H^+} d\vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T_g) \exp\left(-\int_0^{x_1} \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx\right) \left[1 - \exp\left(-\int_{x_1}^{x_2} \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx\right)\right] \quad (1.20)$$

Dans cette expression on reconnaît l'atténuation en exponentielle sur  $[0, x_1]$  et l'absorption en 1 moins exponentielle sur  $[x_1, x_2]$ , ce qui est indéniablement la façon la plus simple de présenter  $\varphi_\nu(S_g \rightarrow G)$ . Cependant, dans cette écriture on n'identifie pas explicitement la fin du chemin optique et on ne peut donc pas utiliser la réciprocity des chemins optiques pour exprimer l'échange inverse et la puissance nette échangée. En effet, le terme  $1 - \exp\left(-\int_{x_1}^{x_2} \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx\right)$  traduit la somme de toutes les absorptions entre l'abscisse  $x_1$  et l'abscisse  $x_2$ . Il n'apparaît donc pas de position d'absorption. Si on veut pouvoir expliciter les positions d'absorption il faut détailler ce terme ce qui se traduit par

$$\varphi_\nu(S_g \rightarrow G) = \int_{H^+} d\vec{u} \int_{x_1}^{x_2} dx \vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T_g) \exp\left(-\int_0^x \frac{k_{a,\nu}(x')}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx'\right) \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \quad (1.21)$$

Il est facile de voir que cette équation est mathématiquement équivalente à la précédente, mais l'essentiel est d'en faire une lecture physique. L'intégrale sur  $[x_1, x_2]$  traduit le fait que l'on regarde  $\varphi_\nu(S_g \rightarrow G)$  comme la somme des échanges entre  $S_g$  et chacune des couches élémentaires d'épaisseur  $dx$ . Lorsqu'on effectue un développement limité de l'absorption en 1 moins exponentielle sur la couche d'épaisseur  $dx$  on obtient le terme  $\frac{k_{a,\nu}(x)dx}{\vec{u} \cdot \vec{n}}$  apparaissant dans l'intégrale. Quand au terme  $\exp\left(-\int_0^x \frac{k_{a,\nu}(x')}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx'\right)$  il traduit simplement l'atténuation du rayonnement entre la paroi et l'abscisse  $x$ . On voit donc bien que la position d'absorption est maintenant bien identifiée : elle a lieu à l'abscisse  $x$  courant entre  $x_1$  et  $x_2$ . On peut donc directement faire appel à la réciprocity des chemins optiques et écrire l'échange réciproque de  $G$  vers  $S_g$  (on remplace la température  $T_g$  par la température  $T(x)$ ) :

$$\varphi_\nu(G \rightarrow S_g) = \int_{H^+} d\vec{u} \int_{x_1}^{x_2} dx \vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T(x)) \exp\left(-\int_0^x \frac{k_{a,\nu}(x')}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx'\right) \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \quad (1.22)$$

On peut voir également que cette équation aurait pu être obtenue sans utilisation de la réciprocity des chemins optiques. En effet,  $\frac{k_{a,\nu}(x)dx}{\vec{u} \cdot \vec{n}} L_\nu^{eq}(T(x))$  est la luminance correspondant au rayonnement émis dans la direction  $-\vec{u}$  par la couche élémentaire d'épaisseur  $dx$  et l'atténuation exponentielle est la même que dans le sens direct.

A partir de ce choix d'écriture, la puissance nette échangée entre  $S_g$  et  $G$  devient

$$\psi_\nu(S_g, G) = \int_{H^+} d\vec{u} \int_{x_1}^{x_2} dx \vec{u} \cdot \vec{n} [L_\nu^{eq}(T(x)) - L_\nu^{eq}(T_g)] \exp\left(-\int_0^x \frac{k_{a,\nu}(x')}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dx'\right) \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \quad (1.23)$$

### 1.8.3 Puissances radiatives échangées entre deux sous-couches

On cherche ici à exprimer les échanges entre la sous-couche de gaz notée  $G$  comprise entre les abscisses  $x_1$  et  $x_2$  et la sous-couche de gaz notée  $J$  comprise entre les abscisses  $y_1$  et  $y_2$  (avec  $x_1 < x_2 < y_1 < y_2$ ).

A partir de la dernière interprétation physique proposée au paragraphe précédent, la luminance correspondant au rayonnement émis dans la direction  $\vec{u}$  par la couche élémentaire d'épaisseur  $dx$  est  $\frac{k_{a,\nu}(x)dx}{\vec{u} \cdot \vec{n}} L_\nu^{eq}(T(x))$  que l'on multiplie par  $\vec{u} \cdot \vec{n}$  pour obtenir la puissance émise, l'atténuation entre les abscisses  $x$  et  $y$  est  $\exp\left(-\int_x^y \frac{k_{a,\nu}(z)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dz\right)$ , et l'absorption par la couche d'épaisseur  $dy$  en  $y$  est  $\frac{k_{a,\nu}(y)dy}{\vec{u} \cdot \vec{n}}$ . On obtient ainsi l'expression suivante de la puissance émise par  $G$  et absorbée par  $J$  :

$$\varphi_\nu(G \rightarrow J) = \int_{H^+} d\vec{u} \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \vec{u} \cdot \vec{n} \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} L_\nu^{eq}(T(x)) \exp\left(-\int_x^y \frac{k_{a,\nu}(z)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dz\right) \frac{k_{a,\nu}(y)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \quad (1.24)$$

Symétriquement :

$$\varphi_\nu(J \rightarrow G) = \int_{H^+} d\vec{u} \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \vec{u} \cdot \vec{n} \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \exp\left(-\int_x^y \frac{k_{a,\nu}(z)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dz\right) \frac{k_{a,\nu}(y)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} L_\nu^{eq}(T(y)) \quad (1.25)$$

et la puissance nette échangée entre  $G$  et  $J$  s'écrit

$$\psi_\nu(G, J) = \int_{H^+} d\vec{u} \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \vec{u} \cdot \vec{n} \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \exp\left(-\int_x^y \frac{k_{a,\nu}(z)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} dz\right) \frac{k_{a,\nu}(y)}{\vec{u} \cdot \vec{n}} [L_\nu^{eq}(T(y)) - L_\nu^{eq}(T(x))] \quad (1.26)$$

### 1.8.4 Approximation du chemin moyen

Dans les écritures précédentes, on retrouve systématiquement une intégration angulaire sur l'hémisphère  $H^+$  dans laquelle apparaît le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{n}$  traduisant le passage d'une luminance à une densité surfacique de flux. En utilisant la propriété  $\int_{H^+} \vec{u} \cdot \vec{n} d\vec{u} = \pi$ , on peut définir la densité de probabilité  $p_{\vec{U}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{\pi}$  et transformer chaque intégrale de la forme  $\int_{H^+} \vec{u} \cdot \vec{n} Q(\vec{u}) d\vec{u}$ , où  $Q$  est une fonction quelconque de la direction, en  $\int_{H^+} p_{\vec{U}}(\vec{u}) \pi Q(\vec{u}) d\vec{u}$  et interpréter cette intégrale comme une moyenne angulaire. On retient donc

$$\int_{H^+} \vec{u} \cdot \vec{n} Q(\vec{u}) d\vec{u} = \pi \langle Q(\vec{U}) \rangle \quad (1.27)$$

où  $\langle Q(\vec{U}) \rangle$  signifie la moyenne de la fonction  $Q$  selon la densité de probabilité  $p_{\vec{U}}$ .

Avec ce choix de notation on peut réécrire chacune des puissances radiatives échangées précédentes en termes de moyenne angulaire. On ne donne ici que les puissances nettes échangées :

$$\psi_\nu(S_g, S_d) = \left\langle \exp\left(-\int_0^e \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{U} \cdot \vec{n}} dx\right) [\pi L_\nu^{eq}(T_d) - \pi L_\nu^{eq}(T_g)] \right\rangle \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned}\psi_\nu(S_g, G) &= \left\langle \int_{x_1}^{x_2} dx \exp\left(-\int_0^x \frac{k_{a,\nu}(x')}{\vec{U} \cdot \vec{n}} dx'\right) \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{U} \cdot \vec{n}} [\pi L_\nu^{eq}(T(x)) - \pi L_\nu^{eq}(T_g)] \right\rangle \quad (1.29) \\ \psi_\nu(G, J) &= \left\langle \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \frac{k_{a,\nu}(x)}{\vec{U} \cdot \vec{n}} \exp\left(-\int_x^y \frac{k_{a,\nu}(z)}{\vec{U} \cdot \vec{n}} dz\right) \frac{k_{a,\nu}(y)}{\vec{U} \cdot \vec{n}} [\pi L_\nu^{eq}(T(y)) - \pi L_\nu^{eq}(T(x))] \right\rangle \quad (1.30)\end{aligned}$$

Dans chacune de ces expressions, la direction n'intervient qu'à travers le coefficient  $\frac{1}{\vec{U} \cdot \vec{n}}$  qui traduit l'allongement des longueurs de chemins à la traversée d'une couche par rapport à la traversée la plus courte (celle selon la direction normale). Ce coefficient prend toutes les valeurs entre 1 (direction normale) et  $+\infty$  (directions tangentielle). A partir de ce constat, une solution pratique pour approximer les intégrations angulaire consiste souvent à remplacer la moyenne angulaire  $\langle Q(\vec{U}) \rangle$  par un seul calcul de la fonction  $Q$  pour une direction  $\vec{u}^*$  telle que  $\frac{1}{\vec{u}^* \cdot \vec{n}}$  prenne une valeur  $\alpha$  donnée, connue pour assurer un bon niveau de précision dans un contexte particulier.

$$\langle Q(\vec{U}) \rangle \approx Q(\vec{u}^*) \quad (1.31)$$

Dans les applications impliquant des milieux gazeux avec des épaisseurs optiques intermédiaires, la plupart des auteurs utilisent  $\alpha = 1.66$ . Dans les applications impliquant des milieux optiquement minces, la valeur du coefficient  $\alpha$  la plus adaptée est  $\alpha = 2$ .

On retiendra que l'on utilise souvent des expressions approchées de la forme

$$\psi_\nu(S_g, S_d) \approx \exp\left(-\int_0^e \alpha k_{a,\nu}(x) dx\right) [\pi L_\nu^{eq}(T_d) - \pi L_\nu^{eq}(T_g)] \quad (1.32)$$

$$\psi_\nu(S_g, G) \approx \int_{x_1}^{x_2} dx \exp\left(-\int_0^x \alpha k_{a,\nu}(x') dx'\right) \alpha k_{a,\nu}(x) [\pi L_\nu^{eq}(T(x)) - \pi L_\nu^{eq}(T_g)] \quad (1.33)$$

$$\psi_\nu(G, J) \approx \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \alpha k_{a,\nu}(x) \exp\left(-\int_x^y \alpha k_{a,\nu}(z) dz\right) \alpha k_{a,\nu}(y) [\pi L_\nu^{eq}(T(y)) - \pi L_\nu^{eq}(T(x))] \quad (1.34)$$

avec une valeur "bien choisie" du coefficient d'allongement  $\alpha$ . Par rapport aux expressions exactes, l'intégration angulaire a disparu, les luminances d'équilibre sont remplacées par les émittances d'équilibre (densité surfacique émise par le corps noir isothermes dans tout l'hémisphère, soit  $\int_{H^+} \vec{u} \cdot \vec{n} L_\nu^{eq}(T) d\vec{u} = \pi L_\nu^{eq}(T)$ ), et les distances sont allongées du coefficient  $\alpha$  par rapport à la direction normale. On parle souvent de l'approximation du chemin moyen pour référencer l'ensemble de ces techniques d'approximation.

Remarque : prenez le temps, à partir de ces expressions, de retrouver celles que vous avez utilisées en cours dans le cas de sous-couches isothermes.

*8CHAPITRE 1. RAYONNEMENT STATIONNAIRE EN MILIEU NON DIFFUSANT (RÉSUMÉ)*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Rayonnement stationnaire en milieu non diffusant (résumé)</b>	<b>1</b>
1.1	Equation de transfert radiatif formulée en termes de fonction de distribution . . .	1
1.2	Equation de transfert radiatif formulée en termes de luminance . . . . .	1
1.3	Equation de transfert radiatif au stationnaire . . . . .	2
1.4	Absorption d'une colone de gaz . . . . .	2
1.5	Emission d'une colone de gaz . . . . .	2
1.6	Equation de transfert radiatif sous forme intégrale . . . . .	2
1.7	Quelques points importants détaillés en cours . . . . .	3
1.8	Le cas particulier d'une couche monodimensionnelle de gaz entre deux surfaces noires	3
1.8.1	Puissances radiatives échangées entre les deux surfaces . . . . .	4
1.8.2	Puissances radiatives échangées entre une surface et une sous-couche . . . .	5
1.8.3	Puissances radiatives échangées entre deux sous-couches . . . . .	6
1.8.4	Approximation du chemin moyen . . . . .	6